

Les Nombres premiers

Activité 1 page 43 du livre Trans math 3ième.

I - Rappels sur les critères de divisibilité

Pour savoir si un entier naturel a est divisible par un entier naturel b on peut toujours effectuer la division de a par b et regarder si le reste est égal à 0.

Il existe cependant quelques règles simples qui permettent de reconnaître les entiers naturels divisibles par 2, par 3, par 4, par 5 ou par 9.

Pour savoir si un nombre donné est divisible par 2, 3, 4, 5, 9 ou 10, on utilise les critères suivants :

- Un nombre est **divisible par 2** s'il
- Un nombre est **divisible par 3** si
- Un nombre est **divisible par 4** si
- Un nombre est **divisible par 5** s'il
- Un nombre est **divisible par 9** si

Exemples

-
-
-

Attention

Il ne faut pas inventer des critères de divisibilité qui n'existent pas.

- Les nombres qui se terminent par 3, 6 ou 9 ne sont pas obligatoirement divisibles par 3, il suffit de penser à 13, 16 ou 19.
- Les nombres qui se terminent par 7 ou dont la somme des chiffres est un multiple de 7 ne sont pas obligatoirement divisibles par 7, il suffit de penser à 17 ou à 34.

Les règles qui sont valables pour 2, 3 et 5 ne s'étendent pas aux autres nombres.

II - Nombres premiers

1- Définition

-
-
-

A retenir :

Il est utile de connaître les nombres premiers inférieurs à 30 :

2- Décomposition en produit de facteurs premiers

a- Propriété

Tout nombre entier supérieur ou égal à 2 peut s'écrire sous la forme d'un produit de nombres premiers. On dit alors qu'il est décomposé en produit de facteurs premiers.

Exemples

-
-

Attention

La décomposition en produit de facteurs premiers est unique.

Ainsi, $18 = 2 \times 9$ ou $18 = 3 \times 6$ ne sont pas des décompositions en produit de facteurs premiers de 18, car 9 et 6 ne sont pas premiers. La seule décomposition en produit de facteurs premiers de 18 est $2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$

b- Méthodes de décomposition

3- Application à la simplification des fractions

La décomposition des nombres entiers en produits de facteurs premiers permet de simplifier les fractions au maximum, donc de les rendre irréductibles.

On décompose le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers puis on simplifie jusqu'à ce qu'ils soient composés de facteurs premiers différents.

Exemple :